$3^{ème}$ Tech	**Devoir de Synthèse N°2** **Mathématiques**	Lycée secondaire Teboulba Date : le 07 / 03 / 2006 Durée : **2h**eures

Exercice N°1 : (7.5 points) Barème : ($1 + 0.75 + 0.75 + 0.5 + 0.75 + 0.5 + 0.5 + 1 + 0.75 + 0.5 + 0.5 = 7.5$)

Les deux parties I et II de cet exercice sont indépendantes.

I – Le plan orienté P est rapporté à un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les points $A(\sqrt{3},1)$, $B(1,\sqrt{3})$ et $E(-1,1)$.

1/ a - Calculer OA, OB et $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$

b - En déduire $Cos(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})$ .Puis déterminer une mesure en radian de l'angle $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$.

c - Montrer que le vecteur $\vec{U}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AB}$

2/ Soit D la droite d'équation $D: x-2y+3=0$.

a) Calculer $d(E,D)$. Que peut on conclure **?**

b) Montrer que la droite D**'** d'équation $2x-4y+1=0$ est parallèle à D.

c) Quelle est la distance de ces deux droites.

II – Soit $ABCD$ un carré de centre O et de côté de mesure 4. On pose $I = A * B$ et $J = C * I$

1/ a - Soit $M \in P$, Démontrer que : $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 8$.

b - En déduire que : $2MC^2 + MA^2 + MB^2 = 4MJ^2 + 28$.

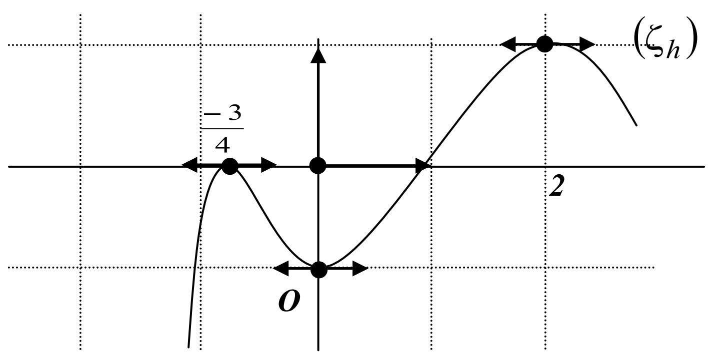
c - Quel est l'ensemble des points M du plan P tels que : $2MC^2 + MA^2 + MB^2 = 32$

2/ a - Démontrer que pour tout $M \in P$ on a : $2MC^2 - MA^2 - MB^2 = 4\overrightarrow{MJ}.\overrightarrow{IC} - 8$

b - Quel est l'ensemble des points M du plan P tels que : $2MC^2 - MA^2 - MB^2 = -8$

Exercice N°2 : (2 points) Barème : ($1.5 + 0.5 = 2$)

Le graphique suivant représente une courbe représentative d'une fonction h :



1-/ Déterminer, les extrema <u>absolus</u> et les extrema <u>relatifs</u>.

2-/ choisissez la bonne réponse : a), b) ou c) dans chacun des propositions suivantes :

a) $h'(2)=0$	b) $h'(2)>0$	c) $h'(2)<0$

a) $h'(1)=0$	b) $h'(1)>0$	c) $h'(1)<0$

Voir verso

Problème : (10.5 points) Barème :

I – (*0.5 + 1+ 0.5= 2*)

II – (*0.5 + 0.5 + 1 = 2*)

III – (*1 + 0.75 + 1.25 + 1 + 0.5+ 1 + 1= 6.5*)

On considère la fonction f_m définie sur IR par : $f_m(x) = (m-3)x^2 + mx + 1$.
(m un paramètre réel).

Soit (ζ_m) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$.

I –1-/ Etudier la nature de la courbe (ζ_m) suivant les valeurs de m.

2-/ Montrer que, les courbes (ζ_m) passent par deux points fixes A et B dont on déterminera les coordonnées.

3-/ Déterminer m pour que (ζ_m) passe par le point $I(3,-2)$.

II – 1-/ Calculer $f_m'(x)$; pour tout réel x.

2-/ Déterminer m pour que f_m admet un extremum en 3.

3-/ Déterminer m pour que la tangente à (ζ_m) au point d'abscisse (-1) soit parallèle, à la droite Δ d'équation : $8x - 4y + 3 = 0$.

***III –* On prend** $\underline{m = 4}$; on obtient la fonction $f : x \mapsto x^2 + 4x + 1$.

1-/ a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Tracer (ζ_4) la courbe représentative de f dans le repère R.

c) Déterminer graphiquement et suivant les valeurs de a le nombre de solution de l'équation : $x^2 + 4x + a = 0$

d) Résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} y - x - 1 \leq 0 \\ y - x^2 - 4x - 1 \geq 0 \end{cases}$.

2-/ Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x) = \begin{cases} -f(x) & \text{si } x \geq -1 \\ f(x) + 4 & \text{si } x < -1 \end{cases}$.

a) Montrer que g est continue en -1.

b) Construire la courbe (ζ_g) représentative de la fonction g dans le même repère.

Justifier votre construction.

b) En déduire le tableau de variation de la fonction g.

Bon Travail